NA1 A - Test 1, 05.12.2017.

1. (a)(3 poena) Dokazati da je Hausholderova matrica Hermiteova i unitarna.
(b) (2 poena) Za zadati vektor $x = (1, 2, 3)^T$ i $Hx = (\alpha, 0, 0)^T$, gde je H Hausholderova matrica, odrediti vrednost $|\alpha|$.

2.(a) (5 poena) Neka je G operator kontrakcije u $S(x_0, r)$ sa koeficijentom kontrakcije q i neka je x_0 takvo da je $\frac{1}{1-q}||G(x_0) - x_0|| \leq r$. Dokazati da svi elementi niza $\{x_k\}$ određeni rekurentnom formulom $x_{k+1} = G(x_k),\ k = 0, 1, ...$ pripadaju $S(x_0, r)$.
(b) (2 poena) Izvesti aposteriornu ocenu greške metode proste iteracije.

3.(3 poena) Data je pozitivno definitna matrica $Q = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Koristeći definiciju vektora konjugovanih u odnosu na zadatu matricu, konstruisati niz konjugovanih pravaca d_0, d_1, d_2.

NA1 A - Test 1, 05.12.2017.

1. (a)(3 poena) Dokazati da je Hausholderova matrica Hermiteova i unitarna.
(b) (2 poena) Za zadati vektor $x = (1, 2, 3)^T$ i $Hx = (\alpha, 0, 0)^T$, gde je H Hausholderova matrica, odrediti vrednost $|\alpha|$.

2.(a) (5 poena) Neka je G operator kontrakcije u $S(x_0, r)$ sa koeficijentom kontrakcije q i neka je x_0 takvo da je $\frac{1}{1-q}||G(x_0) - x_0|| \leq r$. Dokazati da svi elementi niza $\{x_k\}$ određeni rekurentnom formulom $x_{k+1} = G(x_k),\ k = 0, 1, ...$ pripadaju $S(x_0, r)$.
(b) (2 poena) Izvesti aposteriornu ocenu greške metode proste iteracije.

3.(3 poena) Data je pozitivno definitna matrica $Q = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Koristeći definiciju vektora konjugovanih u odnosu na zadatu matricu, konstruisati niz konjugovanih pravaca d_0, d_1, d_2.

NA1 A - Test 1, 05.12.2017.

1. (a)(3 poena) Dokazati da je Hausholderova matrica Hermiteova i unitarna.
(b) (2 poena) Za zadati vektor $x = (1, 2, 3)^T$ i $Hx = (\alpha, 0, 0)^T$, gde je H Hausholderova matrica, odrediti vrednost $|\alpha|$.

2.(a) (5 poena) Neka je G operator kontrakcije u $S(x_0, r)$ sa koeficijentom kontrakcije q i neka je x_0 takvo da je $\frac{1}{1-q}||G(x_0) - x_0|| \leq r$. Dokazati da svi elementi niza $\{x_k\}$ određeni rekurentnom formulom $x_{k+1} = G(x_k),\ k = 0, 1, ...$ pripadaju $S(x_0, r)$.
(b) (2 poena) Izvesti aposteriornu ocenu greške metode proste iteracije.

3.(3 poena) Data je pozitivno definitna matrica $Q = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Koristeći definiciju vektora konjugovanih u odnosu na zadatu matricu, konstruisati niz konjugovanih pravaca d_0, d_1, d_2.

1.(a) $T* = I * -2(ww*)* = I - 2(w*) * w* = I - 2ww* = T.$
$T*T = TT = (I-2ww*)(I-2ww*) = I-2ww*-2ww*+4ww*ww* = I-4ww*+4ww* = I.$
1.(b) $||x||_2 = ||Mx||_2 = ||(\alpha, 0, 0)^T||_2 = |\alpha| = ||(1, 2, 3)^T||_2 = \sqrt{14}.$
3. Neka je $d_0 = [1, 0, 0]^T$. Nadjimo vektore $d_1 = [d_1^1, d_1^2, d_1^3]^T$ i $d_1 = [d_2^1, d_2^2, d_2^3]^T$.
Da bi d_0 i d_1 bili Q-konjugovani mora da važi

$$d_0^T Q d_1 = 3d_1^1 + d_1^3 = 0.$$

Uzmimo da je $d_1^1 = 1, d_1^2 = 0, d_1^3 = -3$. Tada je $d_1 = [1, 0, -3]^T$.
Da bi d_2 bio Q-konjugovan sa d_0 i d_1, mora da važi

$$d_0^T Q d_2 = 3d_2^1 + d_2^3 = 0$$

$$d_1^2 Q d_2 = -6d_2^2 - 8d_2^3 = 0.$$

Traženi vektor je $d_3 = [1, 4, -3]^T$.